



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

ETAPA JUDEȚEANĂ
26 martie 2022
Filiera tehnologică – toate profilurile

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Clasa a IX-a

Subiectul 1.

Se consideră o progresie aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ cu termeni pozitivi.

- a) Calculați suma primilor 30 de termeni ai progresiei aritmetice dacă $a_{11} + a_{14} + a_{17} + a_{20} = 182$.
- b) Știind că $S = 1 + \frac{a_2}{\sqrt{a_1 a_3}} + \frac{a_3}{\sqrt{a_2 a_4}} + \frac{a_4}{\sqrt{a_3 a_5}} + \dots + \frac{a_n}{\sqrt{a_{n-1} a_{n+1}}}$ cu $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$, demonstrați că $S \geq n$.

Subiectul 2.

Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 4x + 1$ și numărul $S_n = \frac{1}{f(0) \cdot f(1)} + \frac{1}{f(1) \cdot f(2)} + \dots + \frac{1}{f(n-1) \cdot f(n)}$, unde n este un număr natural nenul.

- a) Verificați egalitatea: $\frac{1}{(4n-3)(4n+1)} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{4n-3} - \frac{1}{4n+1} \right)$, pentru orice număr natural nenul n .
- b) Demonstrați că $S_n = \frac{n}{4n+1}$, unde n este un număr natural nenul.
- c) Fie " \circ " operația de compunere a funcțiilor. Arătați că $\left(\underbrace{f \circ f \circ \dots \circ f}_{\text{de } n \text{ ori}} \right)(x) = 4^n x + 4^{n-1} + 4^{n-2} + \dots + 4 + 1$, pentru orice număr natural $n \geq 2$.

Subiectul 3.

Se consideră triunghiul ABC , punctul D fiind mijlocul laturii AC și punctul M astfel încât $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

- a) Arătați că $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MD}$.
- b) Demonstrați că $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.
- c) Arătați că dreptele MD și AB sunt paralele.

Subiectul 4.

Pe o suprafață plană, un robot sare din punctul A_1 în punctul A_2 , lungimea saltului (distanța de la A_1 la A_2) fiind egală cu 3 cm. El continuă să sară astfel încât lungimea fiecărei sărituri este de două ori mai mare decât precedenta.

- a) Care este lungimea traseului parcurs de robot după 10 sărituri?
- b) Poate să ajungă robotul după un număr de sărituri iar în punctul A_1 ?