

Olimpiada Națională „Gazeta Matematică”

Programa – clasele IX-XII

- Pentru fiecare clasă, în programa de olimpiadă sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare.
- Pentru fiecare clasă, în programa prevăzută pentru etapele a II-a și a III-a sunt incluse în mod implicit, conținuturile programelor de olimpiadă de la etapa/etapele anterioare.

Clasa	Etapa I	Etapa a II-a	Etapa a III-a
IX	<p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Mulțimea numerelor reale ○ <i>Inegalitatea mediilor.</i> ○ <i>Inegalitatea Cauchy-Buniakovski-Schwarz</i> ○ Mulțimi și elemente de logică matematică. <p>Geometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Vectori în plan (conținutul programei școlare) ○ Coliniaritate, concurență, paralelism (conținutul programei școlare) 	<p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Șiruri (funcții definite pe mulțimea numerelor naturale) ○ Progresii aritmetice și geometrice ○ <i>Recurențe liniare de ordinul I și II</i> ○ <i>Ecuatii în numere întregi: $ax + by = c$; $x^2 + y^2 = z^2$.</i> ○ <i>Teorema împărțirii cu rest în mulțimea numerelor întregi. Algoritmul lui Euclid.</i> ○ <i>Congruențe modulo n.</i> ○ <i>Teoremele Fermat, Wilson;</i> ○ <i>Inegalitatea lui Holder. Inegalitatea lui Bernoulli. Inegalitatea lui Cebâșev</i> <p>Geometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ <i>Teoreme de geometrie clasică. Teorema lui Stewart. Teorema lui Steiner. Dreapta lui Euler. Drepte de tip Simson</i> ○ <i>Puncte și linii importante în triunghi. Teoreme de concurență și coliniaritate. Relații metrice</i> 	<p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Funcții. Proprietăți ale funcțiilor numerice. Compunerea funcțiilor ○ Funcțiile de gradul I și al II-lea ○ <i>Mulțimi numărabile ($\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$) și nenumărabile ($\mathbb{R}$)</i> ○ <i>Densitatea în \mathbb{R} a mulțimilor \mathbb{Q} și $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ (orice interval deschis de numere reale conține atât numere iraționale cât și numere raționale).</i> ○ <i>Teorema de densitate a lui Kronecker (dacă a este irațional, mulțimea valorilor șirului $(\{na\})_{n \geq 1}$ este densă în $[0,1]$).</i> ○ <i>Indicatorul lui Euler: $\varphi(n) =$ numărul numerelor prime cu n, mai mici decât n; teorema lui Euler</i> <p>Geometrie și trigonometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Elemente de trigonometrie ○ Aplicații ale trigonometriei și ale produsului scalar a doi vectori în geometria plană

Clasa	Etapa I	Etapa a II-a	Etapa a III-a
X	<p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Mulțimea numerelor reale. Radicali. Logaritmi ○ Funcții injective/surjective/bijective ○ Funcții inversabile ○ Funcții putere/radical. Ecuații iraționale ○ Funcții și ecuații exponențiale și logaritmice 	<p>Algebră/Geometrie și trigonometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Funcții trigonometrice și invers trigonometrice ○ Ecuații trigonometrice ○ <i>Funcții convexe. Inegalitatea lui Jensen</i> ○ Numere complexe ○ <i>Aplicații ale numerelor complexe în geometrie</i> 	<p>Algebră/Geometrie și trigonometrie</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Metode de numărare ○ Geometrie analitică ○ <i>Polinoame</i> ○ <i>C.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. a două polinoame; algoritmul lui Euclid</i> ○ <i>Teorema fundamentală a algebrei</i> ○ <i>Teorema lui Bezout. Rădăcini multiple.</i> ○ <i>Relații între rădăcini și coeficienți</i> ○ <i>Polinoame ireductibile</i>
XI	<p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Permutări. <i>Descompunerea unei permutări în produs de cicluri disjuncte, respectiv transpoziții.</i> ○ Matrice și determinanți. Matrice inversabile ○ <i>Ecuația caracteristică a unei matrice. Teorema Hamilton-Cayley</i> ○ Aplicații ale determinanților în geometria plană <p>Analiză matematică</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Mulțimea numerelor reale. ○ Șiruri. Limite de șiruri. Limite de funcții ○ <i>Lema Stolz-Cesaro. Criteriul Cauchy-D'Alembert</i> ○ <i>Lema intervalelor închise (Cantor)</i> ○ <i>Mulțimi dense în \mathbb{R}</i> 	<p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Rangul unei matrice ○ <i>Inegalitatea lui Sylvester (Frobenius) asupra rangului produsului a două matrice</i> ○ <i>Polinom caracteristic, valori proprii</i> <p>Analiză matematică</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Funcții continue ○ <i>Discontinuități de prima și a doua speță.</i> ○ <i>Funcții cu proprietatea valorii intermediare (Darboux).</i> ○ <i>Puncte limită pentru șiruri</i> ○ <i>Mulțimi numărabile și nenumărabile</i> 	<p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Sisteme de ecuații liniare <p>Analiză matematică</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Funcții derivabile. Proprietățile funcțiilor derivabile ○ <i>Teorema lui Darboux. Teorema lui Cauchy</i> ○ <i>Formula lui Taylor cu restul lui Lagrange</i>
XII	<p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Grupuri (conținutul programei școlare). ○ <i>Grupuri finite. Grupuri finit generate</i> ○ <i>Subgrupuri clasice (centralizatorul unui element sau al unei mulțimi, centrul unui grup, nucleul și imaginea unui morfism)</i> ○ <i>Teorema lui Lagrange. Teorema lui Cauchy.</i> <p>Analiză matematică</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Primitive ○ Integrala definită 	<p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Inele și corpuri ○ <i>Morfisme de semigrupuri, monoizi</i> ○ <i>Elemente nilpotente și elemente idempotente</i> ○ <i>Orice corp finit este comutativ.</i> <p>Analiză matematică</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Aplicații ale integralei definite 	<p>Algebră</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Inele de polinoame <p>Analiză matematică</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ <i>Sume Darboux, sume Riemann, integrabilitate</i> ○ <i>Mulțimi neglijabile Lebesgue. Criteriul lui Lebesgue de integrabilitate</i>